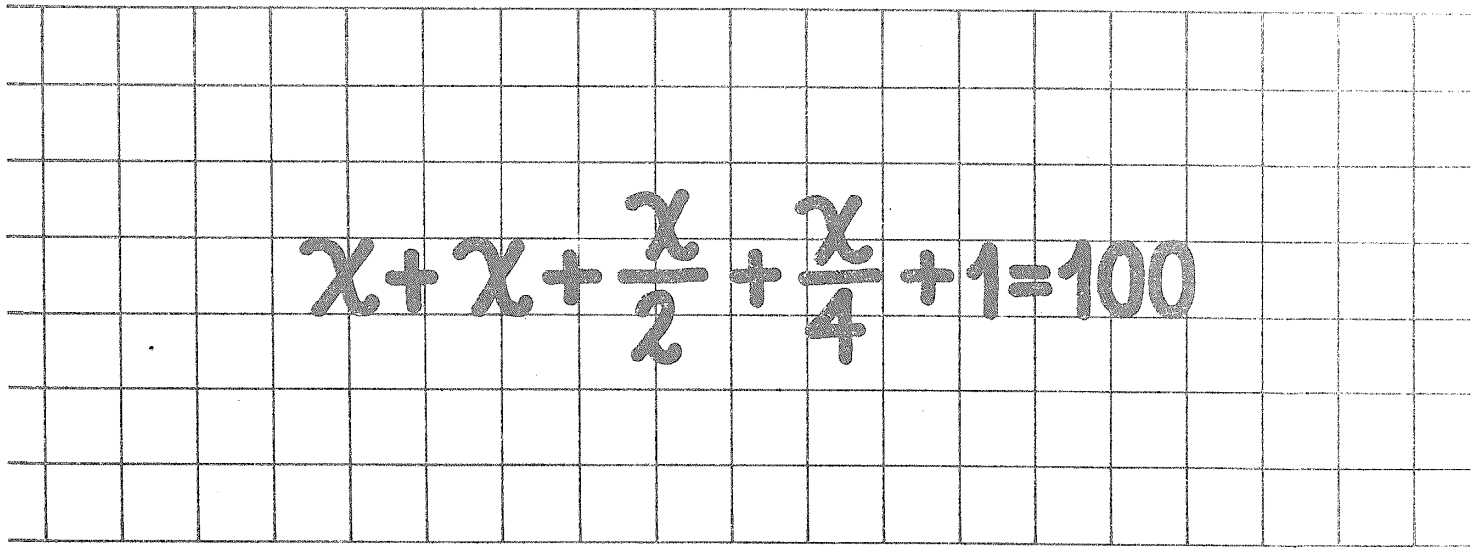
ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Obras que integran el bloque 2 *(Álgebra. Modelos)*

1. La ecuación como modelo matemático
2. ***Ecuaciones de primer grado***
3. Sistemas de ecuaciones de primer grado
4. Desigualdades de primer grado
5. Ecuaciones de segundo grado
6. Desigualdades de segundo grado
7. La relación como modelo matemático
8. Funciones
9. Funciones exponenciales
10. Funciones logarítmicas
11. Ecuaciones, desigualdades y sistemas. Soluciones gráficas
12. Resolución de problemas

ANUIES

Asociación Nacional
de Universidades e Institutos de
Enseñanza Superior



Módulos de matemáticas

Bloque 2

Àlgebra. Modelos

Módulo 2

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Conrado Flores García

EDITORIAL TRILLAS

México, Argentina, Colombia,
España, Puerto Rico, Venezuela

Revisión técnica: *Myriam P. Acuña Monsalve*
Licenciada en economía,
Universidad Nacional
Autónoma de México

La presentación y disposición en conjunto de
ECUACIONES DE PRIMER GRADO
son propiedad del editor. Ninguna parte de esta obra
puede ser reproducida o trasmitida, mediante ningún sistema
o método, electrónico o mecánico (incluyendo el fotocopiado,
la grabación, o cualquier sistema de recuperación y almacenamiento
de información), sin consentimiento por escrito del editor

Derechos reservados
© 1985, Editorial Trillas, S. A. de C. V.
Av. Río Churubusco 385, Col. Pedro María Anaya,
Deleg. Benito Juárez, 03340, México, D. F.

Miembro de la Cámara Nacional de la
Industria Editorial. Reg. núm. 158

Primera edición, mayo 1985
ISBN 968-24-1516-0

Impreso en México

PRESENTACIÓN

Descripción general de la serie

Para la elaboración de los textos que componen la serie MÓDULOS DE MATEMÁTICAS se tomaron en cuenta los objetivos de los programas de estudio de un gran número de instituciones de enseñanza media superior.

La serie consta de 64 módulos didácticos agrupados en 8 bloques, a saber:

1. Álgebra. Estructuras y operaciones.
2. Álgebra. Modelos.
3. Nociones de lógica matemática.
4. Geometría euclidiana.
5. Trigonometría.
6. Geometría analítica.
7. Cálculo diferencial.
8. Cálculo integral.

Cada bloque se complementa con un compendio de la información contenida en los módulos didácticos que lo forman y al cual hemos dado el nombre de MEMO, ya que es una ayuda a la *memo*ria, al entusiasmo y al esfuerzo.

Por otra parte, cada módulo contiene una sucesión de cuadros de aprendizaje, los cuales están organizados en cierto número de submódulos (capítulos); en los que se presenta la información en orden creciente de complejidad. En atención a su fin, hemos designado a los cuadros con los nombres: *informativos, de pregunta* y *de respuesta.* Asimismo, se presentan cuadros complementarios para efectuar, si es necesario, ejercicios o prácticas adicionales.

Sugerencias a los lectores

Los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS están dirigidos a diferentes clases de lectores: los profesores de enseñanza media superior, los estudiantes inscritos en cursos escolarizados de este nivel, estudiantes autodidactas y, en general, personas que deseen actualizar sus conocimientos en este campo.

En lo que respecta a los profesores, éstos pueden usar los módulos como parte integrante de sus guiones de clase; para tal efecto, deben revisar el programa correspondiente y advertir en qué parte puede incorporarse tal o cual módulo, ya que los textos están basados en un gran número de programas y no en uno solo. Al seleccionar los módulos que correspondan al curso planeado, éste quedará dividido en tareas de aprendizaje. El dominio de cada módulo quedará determinado por la consecución de los objetivos específicos.

En relación con los estudiantes inscritos en cursos escolarizados, los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS pueden servirles como material complementario y como una posibilidad de desarrollar los ejercicios que se revisan en el aula.

Los estudiantes autodidactas notarán que cada uno de los textos es un "escalón numerado" que debe seguirse con precisión para poder acceder al siguiente. Los cuadros informativos, los de pregunta y los de respuesta son las partes fundamentales de cada peldaño. En los cuadros informativos se presentan los aspectos que deben ser estudiados con sumo cuidado. Dichos cuadros se destacan con el símbolo , el cual indica que se les debe prestar atención especial. Los cuadros de pregunta brindan el espacio suficiente para anotar la respuesta correspondiente, la cual puede ser verificada en los cuadros de respuesta que están situados justo al lado del cuadro de pregunta (para tal efecto, es conveniente tapar el cuadro de respuesta durante la elaboración de la misma, a fin de poder comprobar el resultado que se obtenga).

El alumno logrará el dominio de cada uno de los módulos mediante la consecución de los objetivos anotados al final de cada submódulo. Dichos objetivos indican lo que el estudiante debe ser capaz de hacer al terminar de examinar cada etapa: sólo si se han cumplido los objetivos deberá pasarse al siguiente módulo.

Respecto a las personas que quieren actualizar sus conocimientos en el campo de las matemáticas, es necesario que estudien los módulos desde el comienzo (a manera de repaso), ya que de esta manera se evitará que algún tema quede poco claro debido a la falta de conocimiento de aquellos que lo fundamentan. Para ello, se ha incluido una lista de prerrequisitos que deben cumplirse para poder entender determinados temas.

Cabe señalar que la mencionada lista de prerrequisitos, comprende aquellos puntos que son útiles para todos los tipos de lectores, pues se especifican los conocimientos que deben tenerse para poder comprender y asimilar mejor el contenido del módulo en cuestión.

Una última observación: las metas sólo se logran cuando el esfuerzo por alcanzarlas se fundamenta en el agrado, el entusiasmo y la motivación, en el caso de los alumnos, y en la planeación adecuada y la exposición convincente, en lo que respecta a los profesores.

CONRADO FLORES GARCÍA

ÍNDICE DE CONTENIDO

Presentación

Objetivos, esquema estructural y prerrequisitos

2.1 La ecuación de primer grado como modelo matemático 9

2.2 Formación de ecuaciones de primer grado con una incógnita 15

2.3 Ecuaciones de las formas $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, con $a, b \in \mathbb{Z}$ 27

2.4 Ecuaciones de las formas $ax \pm b = 0$ y $ax + b = cx + d$, con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ 41

2.5 Ecuaciones "enteras" con paréntesis 57

2.6 Ecuaciones "racionales" 68

2.7 Ecuaciones "irracionales" y "complejas" 81

2.8 Ecuaciones con constantes indeterminadas 87

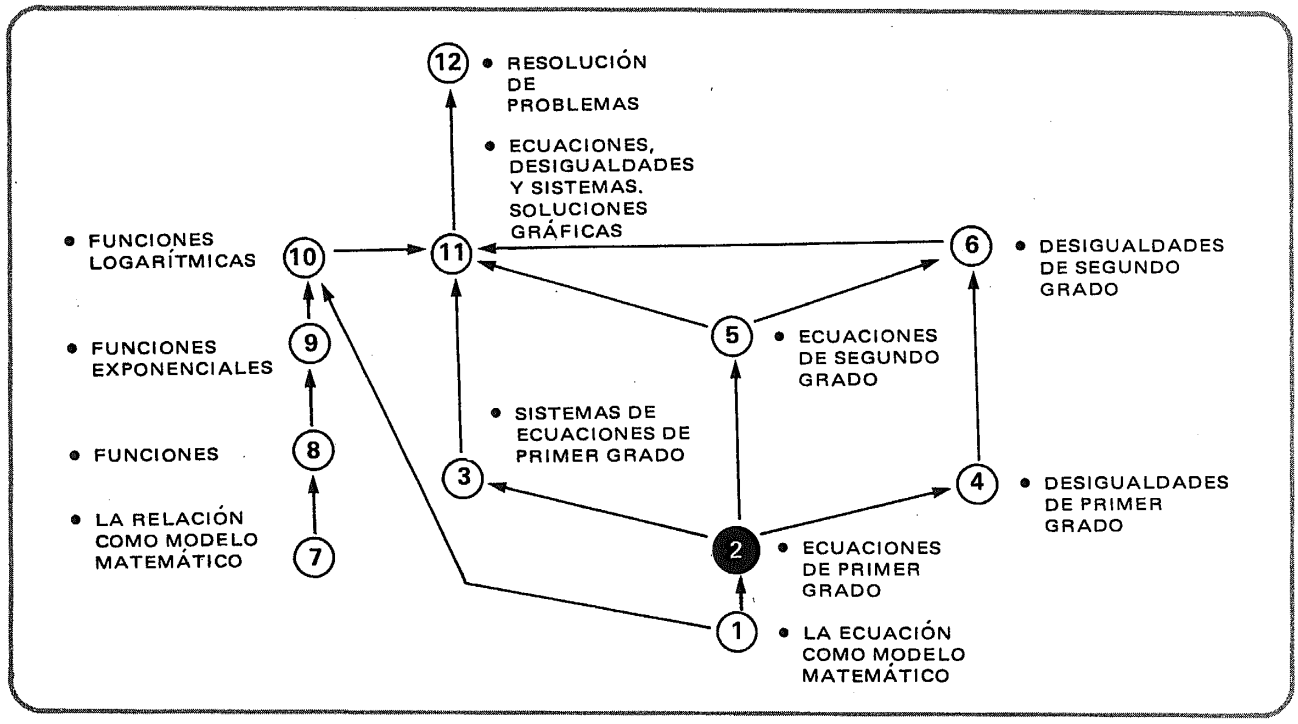
OBJETIVOS, ESQUEMA ESTRUCTURAL Y PRERREQUISITOS

Bloque 2. Álgebra. Modelos

Objetivos: establecer, resolver y aplicar a situaciones reales las siguientes clases de modelos matemáticos:

– ecuaciones y desigualdades (lineales o cuadráticas)
– sistemas de ecuaciones o desigualdades
– relaciones y funciones

Esquema estructural del bloque 2



Módulo 2. Ecuaciones de primer grado

Objetivos: resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita

Prerrequisitos:	Bloque	Módulo(s)
• Nociones de la teoría de conjuntos	1	1
• Manejo de números		
– enteros	1	4
– racionales	1	11
– reales	1	13
– complejos	1	14
• Manejo de expresiones algebraicas		
– enteras	1	5, 6, 7, 8, 9
– racionales	1	11
– reales	1	13
• Concepto de ecuación como modelo matemático de una situación real	2	1

2.1

La ecuación de primer grado como modelo matemático

1

Intentemos resolver este acertijo:

– ¡Adiós, mis cien palomas!
– No somos cien; nosotras, más nosotras,
más la mitad de nosotras, más la cuarta parte
de nosotras, más usted, señor gavilán,
seríamos cien.

2

Para resolverlo

matemáticamente

se requiere,
en primer lugar,

excluir, separar,
hacer caso omiso de

la información
no esencial.

3

Además, es necesario
efectuar una

traducción

del
"lenguaje corriente"
al
"lenguaje matemático."

4

Entonces, al eliminar la información
innecesaria, obtenemos:

— nosotras, más nosotras,
más la mitad de nosotras, más la cuarta parte de
nosotras, más usted,
seríamos cien.

5

Ahora,
seleccionaremos un

símbolo

que represente a

"nosotras"

(número de palomas,
incógnita del problema).

6

Después de haber
elegido el símbolo (x),

intentaremos

efectuar la

traducción

al lenguaje matemático.

7

Veamos:

Nosotras: [_____]

x

8

Nosotras: x

Más nosotras: [_____]

+ x

9

Nosotras: x

Nosotras más nosotras: $x + x$

Más la mitad de nosotras: $\boxed{}$

$+ \frac{x}{2}$

10

Nosotras: x

Nosotras más nosotras: $x + x$

Nosotras más nosotras más la mitad de nosotras: $x + x + \frac{x}{2}$

Más la cuarta parte de nosotras: $\boxed{}$

$+ \frac{x}{4}$

11

Nosotras: x

Nosotras más nosotras: $x + x$

Nosotras más nosotras más la mitad de nosotras: $x + x + \frac{x}{2}$

Nosotras más nosotras mas la mitad de nosotras más la cuarta parte de nosotras: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4}$

Más usted (señor gavilán): $\boxed{}$

$+ 1$

12

Nosotras: x

Nosotras más nosotras: $x + x$

Nosotras más nosotras más la mitad de nosotras: $x + x + \frac{x}{2}$

Nosotras más nosotras más la mitad de nosotras más la cuarta parte de nosotras: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4}$

Nosotras más nosotras más la mitad de nosotras más la cuarta parte de nosotras más usted: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1$

Seríamos cien: $\underline{\quad\quad}$ $= 100$

13

Nosotras más nosotras,, más la mitad de nosotras más la cuarta parte de nosotras, más usted, seríamos cien:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

14

Éste es el modelo matemático de la situación

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \qquad x \in \mathbb{Z}^{+}*$$

que identificamos como

ecuación de primer grado

con una indeterminada.

$*\mathbb{Z}^{+} = \{ x/x \text{ es un número entero positivo} \}$

15

En una ecuación,
a las

indeterminadas o variables

se les suele llamar

incógnitas.

16

Decimos que

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \quad x \in \mathbb{Z}^+$$

es una

ecuación de primer grado con una incógnita,

y que su dominio es $\mathbb{Z}^+$ (el conjunto de los enteros positivos).

2.2.1

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *interpretar* una ecuación de primer grado con una incógnita, como el modelo matemático de una situación real.

2.2

Formación de ecuaciones de primer grado con una incógnita

17

A continuación practicaremos la formación de

ecuaciones de primer grado con una incógnita;

para ello dividiremos el proceso en dos etapas:

I. Formación de no proposiciones
II. Formación de ecuaciones

18

I. Formación de no proposiciones.

No proposiciones relacionadas con la **adición:**

1. La **suma** de un número (no determinado) y cinco ____
2. La **suma** de quince y un cierto número ____
3. Un número **aumentado en** siete ____
4. Ocho **más** un cierto número ____
5. Un número **incrementado en** dos ____

- x* + 5
- 15 + x
- x + 7
- 8 + x
- x + 2

* Se puede usar x, o cualquier otra literal.

19

Otras no proposiciones relacionadas con la **adición:**

6. El **sucesor** de un cierto número natural* ⌊_____⌋
7. La **suma** de un número y su sucesor ⌊_____⌋
8. La **suma** de tres números naturales consecutivos** ⌊_____⌋
9. Un número entero **incrementado** en diez ⌊_____⌋
10. Ciento cincuenta **más** un número racional ⌊_____⌋

* Por ejemplo: el **sucesor** de 6 es 7; el **sucesor** de 15 es 16; el sucesor de 120 es 121.
** Por ejemplo: 7, 8 y 9 son tres números naturales consecutivos.

$x + 1 \quad x \in \mathbb{N}$

$x + (x + 1)$

$x + (x + 1) + (x + 2) \quad x \in \mathbb{N}$

$x + 10 \quad x \in \mathbb{Z}$

$150 + x \quad x \in \mathbb{Q}$

20

No proposiciones relacionadas con la **sustracción:**

1. Un número **menos** cuarenta y cinco ⌊_____⌋
2. Un número **restado de** ocho ⌊_____⌋
3. La **diferencia** de un número (minuendo) y veinticuatro (sustraendo) ⌊_____⌋
4. Un número **disminuido en** uno ⌊_____⌋
5. Veinticinco **restado de** un número no determinado ⌊_____⌋

$x - 45$

$8 - x$

$x - 24$

$x - 1$

$x - 25$

21

Otras no proposiciones relacionadas con la **sustracción:**

6. Lo que queda después de **quitar** veinticinco a un número ⌊_____⌋
7. La **diferencia** entre quince, tomado como minuendo, y un número indeterminado tomado como sustraendo ⌊_____⌋
8. Ocho menos un número entero no determinado ⌊_____⌋

$x - 25$

$15 - x$

$8 - x \quad x \in \mathbb{Z}$

22

No proposiciones relacionadas con la **multiplicación**:

1. Un número **multiplicado por** cinco
2. Tres **veces** un número
3. El **producto** de siete y un número indeterminado
4. El **producto** de un número natural y su sucesor
5. El **producto** de tres números naturales consecutivos

$x \cdot 5$ ó $5x$

$3x$

$7x$

$x(x + 1)$ $\quad x \in \mathbb{N}$

$x(x + 1)(x + 2)$ $\quad x \in \mathbb{N}$

23

Otras no proposiciones relacionadas con la **multiplicación**:

6. El **doble** de un número
7. El **triple** de un número
8. El **cuádruplo** de un número entero
9. El **quíntuplo** de un número real
10. **Seis veces** un número complejo

$2x$

$3x$

$4x$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

$5x$ $\quad x \in \mathbb{R}$

$6x$ $\quad x \in \mathbb{C}$

24

No proposiciones relacionadas con la **división**:

1. Un número **dividido entre dos**
2. El **cociente** de un número (tomado como dividendo) y seis (tomado como divisor)
3. El **cociente** de un número natural (dividendo) y su sucesor (divisor)
4. La **razón** entre un número entero y su sucesor

$\frac{x}{2}$ $\quad$ (ó $x \div 2$)

$\frac{x}{6}$ $\quad$ (ó $x \div 6$)

$\frac{x}{x+1}$ $\quad x \in \mathbb{N}$

$\frac{x}{x+1}$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

25

Otras no proposiciones relacionadas con la **división**:

5. La **mitad** de un número ⌊_____⌋
6. Un **tercio** de un número ⌊_____⌋
7. Un **cuarto** de un número ⌊_____⌋
8. La **quinta parte** de un número ⌊_____⌋
9. Un **décimo** de un número ⌊_____⌋
10. La **centésima parte** de un número ⌊_____⌋

$\frac{x}{2}$
$\frac{x}{3}$
$\frac{x}{4}$
$\frac{x}{5}$
$\frac{x}{10}$
$\frac{x}{100}$

26

No proposiciones relacionadas con la **suma, resta, multiplicación o división**:

1. Un número **sumado a** sí mismo ⌊_____⌋
2. Un número tomado tres veces como **sumando** ⌊_____⌋
3. Un número **restado de** sí mismo ⌊_____⌋
4. Un número **multiplicado por** sí mismo ⌊_____⌋
5. Un número tomado cuatro veces como **factor** ⌊_____⌋

$x + x$

$x + x + x$ ó $3x$

$x - x$

$x \cdot x$ ó x^2

$x \cdot x \cdot x \cdot x$ ó x^4

27

Otras no proposiciones relacionadas con la **suma, resta, multiplicación o división**:

6. Un número **dividido entre** sí mismo ⌊_____⌋
7. La razón entre el antecesor* de un cierto número natural y el sucesor de este mismo. ⌊_____⌋

* Por ejemplo, el antecesor de 10 es 9.

$\frac{x}{x}$ ó $x \div x$

$\frac{x-1}{x+1}$ $x \in \mathbb{N}$

28

No proposiciones relacionadas con **dos o más operaciones** fundamentales:

1. Un número **sumado con** el **doble** de sí mismo ⌊_____⌋
2. Un número **aumentado en el triple** de sí mismo ⌊_____⌋
3. Un número **restado del cuádruplo** de sí mismo ⌊_____⌋
4. Quince **disminuido en tres veces** un número ⌊_____⌋
5. La **diferencia** entre un número (minuendo) y el **doble** de sí mismo (sustraendo) ⌊_____⌋

$x + 2x$

$x + 3x$

$4x - x$

$15 - 3x$

$x - 2x$

29

Atención.

Algunos enunciados son ambiguos:

1. El **doble** de un número **aumentado en** dos ⌊_____⌋
2. El **triple** de un número disminuido en cuatro ⌊_____⌋
3. Un **cuarto** de un número **incrementado en el doble** de sí mismo ⌊_____⌋

- $2x + 2$ / $2(x + 2)$
- $3x - 4$ / $3(x - 4)$
- $\frac{x}{4} + 2x$ / $\frac{x + 2x}{4}$

30

Adoptaremos algunas convenciones para romper la ambigüedad de un enunciado:

$2x + 2 \longrightarrow$ El doble de un número, aumentado en dos

$2(x + 2) \longrightarrow$ El doble de: un número aumentado en dos

31

Ahora, escribamos el enunciado de las expresiones siguientes, de acuerdo con nuestra convención.

Ejemplo:

$3x - 4 \rightarrow$ El triple de un número, disminuido en cuatro.

$3(x - 4) \rightarrow$ [ ]

El triple de: un número disminuido en cuatro.

32

$\frac{x}{4} + 2x \rightarrow$ [ ]

$\frac{x + 2x}{4} \rightarrow$ [ ]

Respuesta en el cuadro siguiente

Por ejemplo:

$$\frac{x}{4} + 2x$$

un cuarto de un número, aumentado en el doble de dicho número.
O mejor:

La cuarta parte de un número aumentada en el doble de dicho número.

$$\frac{x + 2x}{4}$$

La cuarta parte de: un número aumentado en el doble de sí mismo.

33

Escribir la expresión algebraica equivalente:

1. La mitad de un número aumentada en el producto de doce y dicho número. ____
2. Ochenta disminuido en la tercera parte de: un número aumentado en dos. ____
3. Dos tercios de: un número incrementado en la mitad de: dicho número aumentado en cinco. ____

$\frac{x}{2} + 12x$

$80 - \frac{x+2}{3}$

$\frac{2}{3}(x + \frac{x+5}{2})$

2.2.2.1

Práctica adicional
de formación
de no proposiciones,
si se considera necesario.

34

II. **Formación de ecuaciones:**

1. Un número aumentado en cinco es igual a ocho. ____
2. Un número disminuido en tres es igual a doce. ____
3. Ocho veces un número es igual a cuarenta. ____
4. La cuarta parte de un número es igual a quince. ____
5. La mitad de un número es diez. ____

$x + 5 = 8$

$x - 3 = 12$

$8x = 40$

$\frac{x}{4} = 15$

$\frac{x}{2} = 10$

35

6. El doble de un número, aumentado en siete es igual a veinte. ⌊_____⌋
7. El triple de un número, disminuido en tres es igual a veinticuatro. ⌊_____⌋
8. Diez veces: la suma de un número y nueve, es igual a quince. ⌊_____⌋
9. La suma de un número con la mitad de sí mismo es igual a uno. ⌊_____⌋

$2x + 7 = 20$

$3x - 3 = 24$

$10(x + 9) = 15$

$x + \frac{x}{2} = 1$

36

10. El producto de ocho y un número es igual a doce. ⌊_____⌋
11. Un número incrementado en la cuarta parte de sí mismo es igual a cien. ⌊_____⌋
12. El doble de: la suma de un número con su cuarta parte es catorce. ⌊_____⌋
13. El triple de: la diferencia de un número (minuendo) y cinco es igual a once. ⌊_____⌋

$8x = 12$

$x + \frac{x}{4} = 100$

$2(x + \frac{x}{4}) = 14$

$3(x - 5) = 11$

37

14. Dos veces la suma de un número natural y su sucesor es igual al cuádruplo de dicho número, aumentado en dos. ⌊_____⌋
15. Diez veces: la diferencia entre un número entero y la tercera parte de sí mismo equivale a ocho veces: dicho número disminuido en dos. ⌊_____⌋

$2[x + (x + 1)] = 4x + 2$ $\quad x \in \mathbb{N}$

$10(x - \frac{x}{3}) = 8(x - 2)$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

2.2.2.2.

Práctica adicional,
si se considera necesario.

38

Ecuaciones de primer grado con una incógnita como modelos matemáticos de problemas numéricos sencillos.

39

Se requiere determinar un número natural tal que, disminuido en cinco unidades dé como resultado siete.

Modelo: [ ]

Dominio: [ ]

$x - 5 = 7$

$x \in \mathbb{N}$

40

Se requiere hallar un número entero,
que aumentado en 15 dé como resultado 60.

Modelo: [____
Dominio: ____

$x + 15 = 60$
$x \in \mathbb{Z}$

41

Si se resta la mitad de un número racional
de 50, el resultado es 14.

Modelo: [____
Dominio: ____

$50 - \frac{x}{2} = 14$
$x \in \mathbb{Q}$

42

Si restamos al triple de un número real
la cuarta parte del mismo número obtenemos
como resultado el doble de: el número
aumentado en 2.

Modelo: [____
Dominio: ____

$3x - \frac{x}{4} = 2(x + 2)$
$x \in \mathbb{R}$

43

La suma de tres números naturales consecutivos es igual a 66.

Modelo: [ ]

Dominio: [ ]

$x + (x + 1) + (x + 2) = 66$

ó

$x \in \mathbb{N}$

$(x - 1) + x + (x + 1) = 66$

$x \in \mathbb{N}$

44

Se requiere encontrar dos números enteros pares consecutivos cuya suma sea 30.

Modelo: [ ]

Dominio: [ ]

$x + (x + 2) = 30$

$x \in \{ 2n / n \in \mathbb{Z} \}$

o

$x \in \mathbb{Z} \wedge x$ es par

45

Se requiere encontrar un número entero positivo tal que sumado consigo mismo y con la mitad de sí mismo y con la cuarta parte de sí mismo e incrementado en uno, dé como resultado: 100.

Modelo. [ ]

Dominio: [ ]

Respuesta en el cuadro siguiente

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \quad x \in \mathbb{Z}^+$$

¡Éste es el **modelo** que habíamos establecido para resolver el **acertijo de las cien palomas!**

46

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \quad x \in \mathbb{Z}^+$$

Se requiere, ahora, determinar el

conjunto solución

de ecuaciones como ésta.

Simbólicamente. por extensión

$$S = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100\} = \{\ ?\ \}$$

2.2.2.

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *formar* no proposiciones a partir de enunciados dados;
- *formar* ecuaciones de primer grado con una incógnita, a partir de enunciados dados;
- *construir* modelos matemáticos en la forma de ecuaciones de primer grado con una incógnita, para problemas numéricos sencillos.

2.3

Ecuaciones de las formas $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, con $a, b \in \mathbb{Z}$

47

Sea la ecuación

$$x - 5 = 12 \qquad x \in \mathbb{N}$$

Se requiere determinar su

conjunto solución,

es decir: por extensión

$S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge x - 5 = 12 \} = \{ ? \}$

48

El problema consiste en cómo

transformar

la ecuación dada $x - 5 = 12$ ($x \in \mathbb{N}$) ← estado inicial

en una

ecuación equivalente

transformación

↓

de la forma → **x = algún número** ← estado final

49

$$x - 5 = 12 \qquad x \in \mathbb{N}$$

Apliquemos la propiedad aditiva, sumando 5 a ambos miembros de la ecuación, así, obtenemos:

Respuesta en el cuadro siguiente

$$x - 5 = 12 \qquad x \in \mathbb{N}$$

$$x - 5 + 5 = 12 + 5$$

Sabemos que $-5 + 5 = 0$ por lo tanto: →

$$x = 12 + 5$$

50

$$x - 5 = 12 \qquad x \in \mathbb{N}$$

$$x \underbrace{- 5 + 5}_{0} = 12 + 5$$

$$x = 12 + 5$$

Si reducimos términos semejantes en el segundo miembro, obtenemos:

$$x = 17$$

51

Estudiar con atención.

$$x - 5 = 12 \quad \leftarrow \text{estado inicial}$$
$$x \in \mathbb{N}$$

ecuaciones equivalentes

$$x \underbrace{- 5 + 5}_{0} = 12 + 5$$

$$x = 12 + 5$$

} Transformaciones

$$x = 17 \quad \leftarrow \text{estado final}$$

52

$$x - 5 = 12$$
$$x \in \mathbb{N}$$
$$x = 17$$

17 es **solución** de la ecuación dada, porque

$$17 \in \mathbb{N}$$

y $\quad 17 - 5 = 12$

nos conduce a

$$12 = 12$$

que es una **proposición cerrada verdadera.**

53

Podemos estar seguros de que

17 es el **único satisfactor de la ecuación**

$$x - 5 = 12$$
$$x \in \mathbb{N}$$

54

En forma simbólica.

Conjunto solución:

$$S = \{\ x/x \in \mathbb{N} \wedge x - 5 = 12\ \} = \{\ 17\ \}$$

por comprensión — por extensión

55

Otra ecuación → $x + 5 = 8$, $x \in \mathbb{N}$

para su solución aplicamos la

propiedad aditiva,

sumando -5 a ambos miembros: [ ]

$x + 5 - 5 = 8 - 5$

56

$$x + 5 = 8 \quad x \in \mathbb{N}$$

$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$

De donde: [ ]

$x = 8 - 5$

$x = 3$

57

Observar con atención.

Ecuaciones equivalentes

$$x + 5 = 8 \quad (x \in \mathbb{N}) \leftarrow \text{estado inicial}$$

$$x + \underbrace{5 - 5}_{0} = 8 - 5$$

$$x = 3 \quad (3 \in \mathbb{N}) \leftarrow \text{estado final}$$

Conjunto solución:

Respuesta en el cuadro siguiente

$$x + 5 = 8 \quad (x \in \mathbb{N})$$

$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$

$$x = 3 \quad (3 \in \mathbb{N})$$

Conjunto solución:

$$S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge x + 5 = 8 \} = \{ 3 \}$$

58

Estudiar con atención.

Regla práctica de transposición 1:

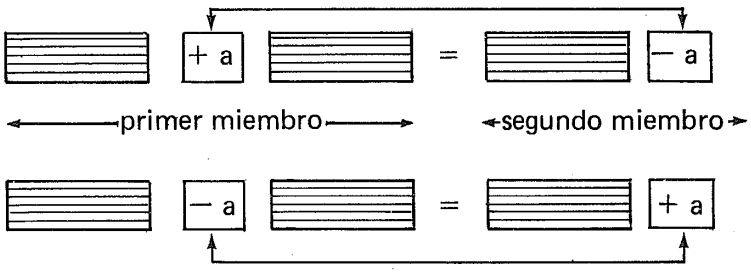
"Es posible **pasar** un término de un miembro a otro de una ecuación **cambiándole su signo** (es decir, tomando su inverso aditivo)."

$$x - 5 = 12$$
$$x - 5 + 5 = 12 + 5$$
$$x = 12 + 5$$

$$x + 5 = 8$$
$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$
$$x = 8 - 5$$

59

En forma esquemática:



60

Resolver la siguiente ecuación:

$$x + 8 = 15 \qquad x \in \mathbb{N}$$

Transformaciones:

$x = 15 - 8$

$x = 7$

61

$$x + 8 = 15 \qquad x \in \mathbb{N}$$

$x = 7$

Comprobación por sustitución:

$7 + 8 = 15$

$15 = 15$

PCV

62

$$x + 8 = 15 \quad x \in \mathbb{N}$$

$$x = 7$$

Conjunto solución:

$S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge x + 8 = 15 \} = \{ 7 \}$
puesto que: $7 \in \mathbb{N}$
y
7 satisface la ecuación dada

63

Resolver la siguiente ecuación:

$$x - 15 = 32 \quad x \in \mathbb{N}$$

$x =$

$x = 32 + 15$

$x = 47$

64

Comprobación por sustitución:

$x - 15 = 32$
$47 - 15 = 32$
$32 = 32$
PCV

65

Conjunto solución:

$S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge x - 15 = 32 \}$

$= \{ 47 \}$

puesto que:

$47 \in \mathbb{N}$

y 47 satisface la ecuación $x - 15 = 32$

66

Resolver la siguiente ecuación:

$$12 + x = 20$$
$$x \in \mathbb{N}$$

$x =$ ⌊⌋

Comprobación por sustitución:

Conjunto solución:

$12 + x = 20$

- $x = 20 - 12$
- $x = 8$
- $12 + 8 = 20$

  $20 = 20$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge 12 + x = 20 \}$

  $= \{ 8 \}$

puesto que: $8 \in \mathbb{N}$

y

8 satisface la ecuación $12 + x = 20$

67

Resolver la siguiente ecuación, aplicando únicamente la propiedad **aditiva**:

$$25 - x = 13$$
$$x \in \mathbb{N}$$

$x =$ ⌊⌋

Estudiar con atención este posible procedimiento de solución:

$25 - x = 13$

$25 = 13 + x$

$25 - 13 = x$

$12 = x$

$x = 12$

68

$$25 - x = 13 \qquad x \in \mathbb{N}$$

Comprobación por sustitución:

Conjunto solución:

- $25 - x = 13$
  $25 - 12 = 13$
  $13 = 13$
  PCV
- $S = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 25 - x = 13\}$
  $= \{12\}$

Puesto que $12 \in \mathbb{N}$ y 12 satisface la ecuación dada

69

Resolver la siguiente ecuación:

$$10 - x = 15 \qquad x \in \mathbb{N}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

Respuesta en el cuadro siguiente

Atención.

- $10 - x = 15$
  $10 = 15 + x$
- $10 - 15 = x$
  $-5 = x$

  $x = -5$

- $10 - (-5) = 15$
  $10 + 5 = 15$
  $15 = 15$
  PCV

- $S = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge 10 - x = 15 \} = \phi$

Ver cuadro siguiente

70

$$S = \{\ x/x \in \mathbb{N} \wedge 10 - x = 15\ \} = \phi$$

Puesto que

$$-5 \notin \mathbb{N}$$

a pesar de que -5 satisfaga la ecuación

$$10 - x = 15$$

debemos tener en cuenta que:

no todas las ecuaciones de las formas

$$x + a = b,\ x - a = b,\ a + x = b,\ a - x = b$$

en que $a, b \in \mathbb{N}$,

tienen solución.

71

Ahora bien, consideremos la misma ecuación pero con diferente dominio.

$$10 - x = 15$$
$$x \in \mathbb{Z}$$

Su conjunto solución es:

$$S = \{\ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 10 - x = 15\ \}$$
$$= \{\ -5\ \}$$

puesto que: $-5 \in \mathbb{Z}$

y

-5 satisface la ecuación.

72

Señalar las ecuaciones que

no tienen solución:

1. $x + 5 = 2$ $\quad x \in \mathbb{N}$
2. $x - 7 = 18$ $\quad x \in \mathbb{N}$
3. $1 + x = 25$ $\quad x \in \mathbb{N}$
4. $9 - x = 12$ $\quad x \in \mathbb{N}$
5. $15 - x = 30$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

1. $x + 5 = 2$ $\quad x \in \mathbb{N}$

4. $9 - x = 12$ $\quad x \in \mathbb{N}$

2.2.3.1

Práctica adicional de resolución de ecuaciones de las formas:

$$\left.\begin{array}{l} x + a = b \\ x - a = b \\ a + x = b \\ a - x = b \end{array}\right\} \; a, b \in \mathbb{N}$$

si se considera necesario.

73

Resolver la ecuación

$$x - (-3) = -7 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ____

Comprobación por sustitución:

Conjunto solución: ____

$x + 3 = -7$
$x = -7 - 3$
$x = -10$

$(-10) - (-3) = -7$
$-10 + 3 = -7$
$-7 = -7$ ◀PCV

$S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge x - (-3) = -7\}$
$= \{-10\}$

74

Resolver la ecuación

$$-8 - x = 10 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ____

Comprobación:

Conjunto solución: ____

$-8 = 10 + x$
$-8 - 10 = x$
$-18 = x$

$x = -18$

$-8 - (-18) = 10$
$-8 + 18 = 10$
$10 = 10$ ◀ PCV

$S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -8 - x = 10\}$
$= \{-18\}$

2.2.3.2

Práctica adicional de resolución de ecuaciones de las formas:

$$\left.\begin{array}{l} x + a = b \\ a \pm x = b \end{array}\right\} a, b \in \mathbb{Z}$$

si se considera necesario.

75

Nos hemos dado cuenta de que **no todas** las ecuaciones de las formas:

$$\left.\begin{array}{l} x \pm a = b \\ a \pm x = b \end{array}\right\} a, b \in \mathbb{N}$$

tienen solución en $\mathbb{N}$.

Ahora bien, investigaremos si todas las ecuaciones de las formas:

$$\left.\begin{array}{l} x \pm a = b \\ a \pm x = b \end{array}\right\} a, b \in \mathbb{Z}$$

tienen solución en $\mathbb{Z}$.

76

Sea la ecuación:

$$x + a = b$$
$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$x = \boxed{}$$

$b - a$

77

$$x + a = b \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

$$x = b - a$$

¿Es b − a un número entero?
o bien:

$(b - a) \in \mathbb{Z}$ V / F

● V

si a, b $\in \mathbb{Z}$
$(b - a) \in \mathbb{Z}$
por cerradura de la sustracción en $\mathbb{Z}$

78

Sea la ecuación:

$$x - a = b \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

$$x = b + a$$

$(b + a) \in \mathbb{Z}$ V / F

● V

si a, b $\in \mathbb{Z}$
$(b + a) \in \mathbb{Z}$
por cerradura de la adición en $\mathbb{Z}$

79

Sea la ecuación:

$$a + x = b \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

$$x = b - a$$

$(b - a) \in \mathbb{Z}$ cerradura de la sustracción en $\mathbb{Z}$

Sea la ecuación:

$$a - x = b \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

$x =$ _____

a − b

80

Si $a,b \in \mathbb{Z}$

$(a - b) \in \mathbb{Z}$

V / F

V

si $a, b \in \mathbb{Z}$
$a - b \in \mathbb{Z}$
por cerradura de la sustracción en $\mathbb{Z}$

81

Conclusión:

Todas las ecuaciones de las formas

$$\left.\begin{array}{l} x \pm a = b \\ y \\ a \pm x = b \end{array}\right\} \; a, b \in \mathbb{Z}$$

tienen solución en $\mathbb{Z}$.

2.2.3

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones de las formas $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, en que $a, b \in \mathbb{N}$; comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión;
- *resolver* ecuaciones de las formas $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, en que $a, b \in \mathbb{Z}$; comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión;
- *demostrar* que no todas las ecuaciones de las formas: $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, con $a, b \in \mathbb{N}$ tienen solución en $\mathbb{N}$;
- *demostrar* que todas las ecuaciones de las formas $x \pm a = b$ y $a \pm x = b$, con $a, b \in \mathbb{Z}$, tienen solución en $\mathbb{Z}$.

2.4

Ecuaciones de las formas $ax \pm b = 0$
y $ax + b = cx + d$, con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

82

Se requiere resolver la ecuación

$$3x = 12 \quad x \in \mathbb{Z}$$

Aplicamos la

propiedad multiplicativa,

multiplicando los dos miembros por $\frac{1}{3}$

$$3x \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{1}{3}$$

ó $\quad \frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

ó $\quad x = \frac{12}{3}$

ó $\quad x = 4$

83

Estudiar con atención:

$$3x = 12 \quad x \in \mathbb{Z}$$
$$3x \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{1}{3}$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$
$$x = \frac{12}{3}$$
$$x = 4 \quad 4 \in \mathbb{Z}$$

Conjunto solución: $S = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 3x = 12 \} = \{ 4 \}$

84

Ahora, observemos con atención:

$$3x = 12$$
$$3x \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{1}{3}$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$
$$x \cdot 1 = \frac{12}{3}$$
$$x = \frac{12}{3}$$

Multiplicar ambos miembros de la ecuación por $\frac{1}{3}$ equivale a "**pasar** el **factor 3** del primero al segundo miembro, como **divisor**".

85

Regla práctica de transposición 2:

"Es posible **pasar** un factor de un miembro a otro como divisor".

ⓐ $x = b$

$x = \frac{b}{ⓐ}$

86

Resolver la ecuación

$$4x = 28 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ____

Comprobación por sustitución: ____

Conjunto solución: ____

- $4x = 28$ $\qquad x \in \mathbb{Z}$

  $x = \frac{28}{4}$

- $x = 7$

- $4(7) = 28$

  $28 = 28$ ◀PCV

- $S = \{ x / x \in \mathbb{Z} \wedge 4x = 28 \} = \{ 7 \}$

  puesto que $7 \in \mathbb{Z}$

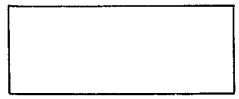
  y

  7 satisface la ecuación dada.

87

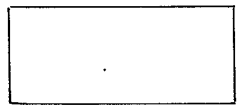
Resolver la ecuación

$$-5x = 30 \qquad x \in \mathbb{Z}$$



$x =$ ⌊____⌋

Comprobación por sustitución:



Conjunto solución: ⌊____⌋

Observar con atención.

- $-5x = 30 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $x = \frac{30}{-5}$
- $x = -6 \qquad 6 \in \mathbb{Z}$
- $-5(-6) = 30$
  $30 = 30$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge -5x = 30 \}$
  $= \{ -6 \}$

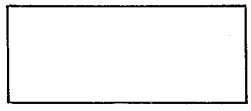
88

Resolver la ecuación

$$-8x = -48 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ⌊____⌋

Comprobación:



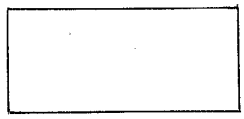
Conjunto solución: ⌊____⌋

- $-8x = -48 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $x = \frac{-48}{-8}$
- $x = 6 \qquad 6 \in \mathbb{Z}$
- $-8(6) = -48$
  $-48 = -48$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge -8x = -48 \}$
  $= \{ 6 \}$

89

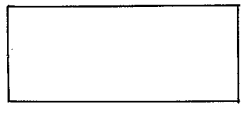
Resolver la ecuación

$$5x + 20 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$$



$x =$ ⌊____⌋

Comprobación:



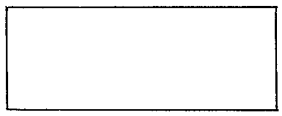
Conjunto solución: ⌊____⌋

- $5x + 20 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $5x = -20$
  $x = \frac{-20}{5}$
- $x = -4$
  $-4 \quad \in \mathbb{Z}$
- $5(-4) + 20 = 0$
  $-20 + 20 = 0$
  $0 = 0$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 5x + 20 = 0 \}$
  $= \{ -4 \}$

90

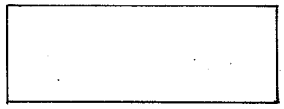
Resolver la ecuación

$$-6x - 18 = 12 \qquad x \in \mathbb{Z}$$



$x =$ ⌊___⌋

Comprobación:



Conjunto solución: ⌊_____⌋

- $-6x - 18 = 12 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $-6x = 12 + 18$
  $-6x = 30$
  $x = \frac{30}{-6}$
- $x = -5 \qquad -5 \in \mathbb{Z}$
- $-6(-5) - 18 = 12$
  $30 - 18 = 12$
  $12 = 12$ ◀ PCV
- $S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -6x - 18 = 12\}$
  $= \{-5\}$

91

Resolver la ecuación

$$5 - 8x = -3 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ⌊___⌋

Comprobación:

Conjunto solución: ⌊_____⌋

- $5 - 8x = -3 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $-8x = -3 - 5$
  $-8x = -8$
  $x = \frac{-8}{-8}$
- $x = 1 \qquad 1 \in \mathbb{Z}$
- $5 - 8(1) = -3$
  $5 - 8 = -3$
  $-3 = -3$ ◀ PCV
- $S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 5 - 8x = -3\}$
  $= \{1\}$

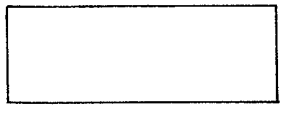
92

Resolver al ecuación

$$6 = 7x + 6 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$ ⌊___⌋

Comprobación:



Conjunto solución: ⌊_____⌋

- $6 = 7x + 6 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $6 - 6 = 7x$
  $0 = 7x$
  $\frac{0}{7} = x$
- $x = 0 \qquad 0 \in \mathbb{Z}$
- $6 = 7(0) + 6$
  $6 = 0 + 6$
  $6 = 6$ ◀ PCV
- $S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 6 = 7x + 6\}$
  $= \{0\}$

93

Resolver la ecuación

$$7x - 11 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$$

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

- $7x - 11 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$
  $7x = 0 + 11$
  $7x = 11$
- $x = \frac{11}{7}$
- Pero como $\frac{11}{7} \notin \mathbb{Z}$
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Z} \wedge 7x - 11 = 0 \}$
  $= \phi$

94

Todas las ecuaciones que hemos resuelto hasta este momento, pueden ser llevadas a la

forma polinomia de primer grado

$$ax + b = 0 \qquad a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0$$

95

La solución de la ecuación

$$ax + b = 0 \qquad a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0$$

es

$x =$

$$-\frac{b}{a}$$

96

$$ax + b = 0 \quad (a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0)$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

¿Es $-\frac{b}{a}$ (con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $a \neq 0$) un número entero?

Es decir:

$-\frac{b}{a} \in \mathbb{Z}$ V/F

F

97

$-\frac{b}{a}$ con $a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0$

es un número entero, solamente si

b es divisible entre a

o

b es múltiplo de a

98

Entonces, una ecuación
de la forma

$$ax + b = 0 \quad (a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0)$$

tiene solución en $\mathbb{Z}$,
si y sólo si

b **es múltiplo de** (es divisible entre) a.

99

Pero, una ecuación de la forma

$$ax + b = 0 \qquad a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0$$

siempre tiene solución en $\mathbb{Q}$,
ya que

$$x = -\frac{b}{a}$$

es **siempre** un **número racional**
(cociente de dos enteros).

100

Señalar las ecuaciones que **no**
tienen solución ($S = \phi$):

1. $5x + 20 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$
2. $4x - 13 = 0 \qquad x \in \mathbb{Z}$
3. $7x - 2 = 15 \qquad x \in \mathbb{Z}$
4. $-8 + 3x = 1 \qquad x \in \mathbb{Z}$
5. $5 = 7x - 1 \qquad x \in \mathbb{Q}$

2. $4x - 13 = 0 \quad x \in \mathbb{Z}$
3. $7x - 2 = 15 \quad x \in \mathbb{Z}$

2.2.4.1

Práctica adicional de resolución de
ecuaciones de la forma

$ax + b = 0$ con $a, b \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0$,

si se considera necesario.

101

Se requiere resolver la ecuación

$$5x + 6 = 2x - 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

1. Agrupar en el primer miembro, por transposición, los términos en x; en el segundo miembro, los términos independientes:

$5x - 2x = -3 - 6$

102

$$5x + 6 = 2x - 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$5x - 2x = -3 - 6$$

2. Reducir términos semejantes:

$3x = -9$

103

$$5x + 6 = 2x - 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$5x - 2x = -3 - 6$$

$$3x = -9$$

3. Resolver la ecuación equivalente:

$x =$ -3

104

Estudiar con atención:

Estado inicial: $5x + 6 = 2x - 3$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

Transformaciones (ecuaciones equivalentes):

$5x - 2x = -3 - 6$

$3x = -9$

$x = -\frac{9}{3}$

Estado final: $x = -3$ $\quad -3 \in \mathbb{Q}$

105

$5x + 6 = 2x - 3$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

$x = -3$ $\quad -3 \in \mathbb{Q}$

Comprobación por sustitución: [ ]

Conjunto solución: [ ]

- $5(-3) + 6 = 2(-3) - 3$
  $-15 + 6 = -6 - 3$
  $-9 = -9$
  ▲ PCV

- $S = \{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge 5x + 6 = 2x - 3 \}$
  $= \{ -3 \}$

106

Resolver la ecuación

$8x = 5x + 15$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

Transformaciones: [ ]

$x =$ [ ]

Comprobación: [ ]

Conjunto solución: [ ]

$8x = 5x + 15$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

$8x - 5x = 15$

$3x = 15$

$x = \frac{15}{3}$

$x = 5$ $\quad 5 \in \mathbb{Q}$

$8(5) = 5(5) + 15$

$40 = 25 + 15$

$40 = 40$ ◀ PCV

$S = \{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge 8x = 5x + 15 \}$
$= \{ 5 \}$

107

Resolver la ecuación

$$4x + 1 = 2 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

- $4x + 1 = 2 \qquad x \in \mathbb{Q}$
  $4x = 2 - 1$
  $4x = 1$
- $x = \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$
- $4(\frac{1}{4}) + 1 = 2$
  $1 + 1 = 2$
  $2 = 2$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge 4x + 1 = 2 \} = \frac{1}{4}$

108

Resolver la ecuación

$$x - 5 = 3x - 25 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

- $x - 5 = 3x - 25 \qquad x \in \mathbb{Q}$
  $x - 3x = -25 + 5$
  $-2x = -20$
  $x = \frac{-20}{-2}$
- $x = 10 \qquad 10 \in \mathbb{Q}$
- $(10) - 5 = 3(10) - 25$
  $10 - 5 = 30 - 25$
  $5 = 5$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge x - 5 = 3x - 25 \} = \{10\}$

109

Resolver la ecuación

$$21 - 6x = 27 - 8x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

- $21 - 6x = 27 - 8x \qquad x \in \mathbb{Q}$
  $-6x + 8x = 27 - 21$
  $2x = 6$
  $x = \frac{6}{2}$
- $x = 3 \qquad 3 \in \mathbb{Q}$
- $21 - 6(3) = 27 - 8(3)$
  $21 - 18 = 27 - 24$
  $3 = 3$ ◀ PCV
- $S = \{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge 21 - 6x = 27 - 8x \} = \{3\}$

110

Resolver la ecuación

$$16 + 7x - 5 + x = 11x - 3 - x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

Respuesta
en el
cuadro siguiente

- $16 + 7x - 5 + x = 11x - 3 - x \qquad x \in \mathbb{Q}$

$$7x + x - 11x + x = -3 - 16 + 5$$

$$-2x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-7}$$

- $x = 7 \qquad 7 \in \mathbb{Q}$
- $16 + 7(7) - 5 + (7) = 11\,(7) - 3 - (7)$

$$16 + 49 - 5 + 7 = 77 - 3 - 7$$

$$67 = 67 \quad \text{PCV}$$

- $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 16 + 7x - 5 + x = 11x - 3 - x\} = \{7\}$

111

Resolver la ecuación

$$4x + 5 = x + 11 - 5x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

- $4x + 5 = x + 11 - 5x \quad x \in \mathbb{Q}$

$$4x - x + 5x = 11 - 5$$

$$8x = 6$$

- $x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \qquad \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$
- $4(\frac{3}{4}) + 5 = (\frac{3}{4}) + 11 - 5(\frac{3}{4})$

$$\frac{12}{4} + 5 = \frac{3}{4} + 11 - \frac{15}{4}$$

$$3 + 5 = \frac{3}{4} + 11 - \frac{15}{4}$$

$$8 = \frac{3 + 44 - 15}{4}$$

$$8 = \frac{32}{4} = 8 \blacktriangleleft \text{PCV}$$

- $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 4x + 5 = x + 11 - 5x\} = \{\frac{3}{4}\}$

2.2.4.2

Práctica adicional de resolución de ecuaciones de la forma

$ax + b = cx + d$ con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$,

si se considera necesario.

112

Resolver la ecuación

$$3x - 5 = 2x - 7 + x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

$3x - 5 = 2x - 7 + x$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

- $3x - 2x - x = -7 + 5$
- $0 = -2$

proposición cerrada falsa, por lo tanto la ecuación **no tiene solución**

- $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 3x - 5 = 2x - 7 + x\} = \phi$

113

Una ecuación de la forma

$$ax + b = cx + d$$

no tiene solución

cuando $a = c$ y $b \neq d$

114

Atención.

Toda **ecuación polinomia de primer grado con una incógnita,** cuya forma general es

$$a_1 x + a_0 = 0 \qquad a_1, a_0 \in \mathbb{Z} \wedge a_1 \neq 0$$

tiene siempre una solución en $\mathbb{Q}$;
sin embargo, una **ecuación de primer grado con una incógnita,** de la forma

$$ax + b = cx + d \qquad a, b, c, d \in \mathbb{Z}$$

tiene una solución en $\mathbb{Q}$, **si y sólo si** $a \neq c$

115

Atención.

He aquí una **ecuación de segundo grado:**

$$5x^2 + 3x - 7 = 3x^2 + 8 + 2x^2$$

Transpongamos al primer miembro
todos los términos de la ecuación:

$5x^2 + 3x - 7 - 3x^2 - 8 - 2x^2 = 0$

116

$$5x^2 + 3x - 7 = 3x^2 + 8 + 2x^2$$

$$5x^2 + 3x - 7 - 3x^2 - 8 - 2x^2 = 0$$

Reduzcamos los términos semejantes:

$3x - 15 = 0$

117

Ecuación de segundo grado:

$$5x^2 + 3x - 7 = 3x^2 + 8 + 2x^2$$

$$5x^2 + 3x - 7 - 3x^2 - 8 - 2x^2 = 0$$

Ecuación equivalente de primer grado:

$$3x - 15 = 0$$

118

Atención.

Toda **ecuación de segundo grado,** de la forma

$$ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$$

puede ser transformada en una

ecuación equivalente de primer grado,

siempre y cuando

$a = d$
y
$b \neq e$

119

Toda ecuación de tercer grado, de la forma

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = ex^3 + fx^2 + gx + h$$

puede ser transformada en una

ecuación equivalente de primer grado,

siempre que

$a = e$
$b = f$
y
$c \neq g$

120

Resolver la ecuación

$$x^2 - 2x + 8 = x^2 - 6 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformación en una ecuación equivalente de primer grado, si es posible: [ ]

Solución de la ecaución de primer grado, si procede: [ ]

$x =$ [ ]

Comprobación, si procede: [ ]

Conjunto solución, si procede: [ ]

$x^2 - 2x + 8 = x^2 - 6$
$x \in \mathbb{Q}$

- $x^2 - 2x + 8 - x^2 + 6 = 0$
  $-2x + 14 = 0$
- $-2x = -14$
  $x = \frac{-14}{-2}$
- $x = 7 \quad 7 \in \mathbb{Q}$
- $(7)^2 - 2(7) + 8 = (7)^2 - 6$
  $49 - 14 + 8 = 49 - 6$
  $43 = 43 \blacktriangleleft$ PCV
- $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge x^2 - 2x + 8 = x^2 - 6\}$
  $= \{7\}$

121

Resolver la ecuación

$$x^2 + 5x = 8x - 2x^2 + 5 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformación en una ecuación equivalente de primer grado, si es posible: [ ]

Solución de la ecuación equivalente de primer grado, si procede: [ ]

$x =$ [ ]

Comprobación, si procede: [ ]

Conjunto solución, si procede: [ ]

$x^2 + 5x = 8x - 2x^2 + 5$
$x \in \mathbb{Q}$
$x^2 + 5x - 8x + 2x^2 - 5 = 0$
$3x^2 - 3x - 5 = 0$

No puede transformarse en una ecuación equivalente de primer grado; por lo tanto,

no puede resolverse por los procedimientos hasta aquí estudiados.

2.2.4.3

Práctica adicional de resolución de ecuaciones de grado > 1 que pueden ser transformadas en ecuaciones equivalentes de primer grado, si se considera necesario.

2.2.4

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones de la forma $ax + b = 0$, en que $a, b, \in \mathbb{Z}$; comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión;

- *resolver* ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$, en que $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$; comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión;

- *resolver* ecuaciones de grado superior al primero que puedan ser transformadas en ecuaciones equivalentes de primer grado.

2.5

Ecuaciones "enteras" con paréntesis

122

Ecuaciones con expresiones que contienen paréntesis.

Resolver:

$$3x - (2x - 1) = 7x + (3 - 5x) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Ecuación equivalente, sin paréntesis:

$3x - 2x + 1 = 7x + 3 - 5x$

123

Resolver esta ecuación equivalente

$$3x - 2x + 1 = 7x + 3 - 5x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

Respuesta en el cuadro siguiente

$$3x - (2x - 1) = 7x + (3 - 5x)$$
$$3x - 2x + 1 = 7x + 3 - 5x$$

$$3x - 2x - 7x + 5x = 3 - 1$$
$$-x = 2$$
$$x = -2 \qquad -2 \in \mathbb{Q}$$

$$3(-2) - [2(-2) - 1] = 7(-2) + [3 - 5(-2)]$$
$$-6 - (-4 - 1) = -14 + (3 + 10)$$
$$-6 - (-5) = -14 + 13$$
$$-6 + 5 = -14 + 13$$
$$-1 = -1 \quad \blacktriangleleft \text{ PCV}$$

$$S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 3x - (2x - 1) = 7x + (3 - 5x)\} = \{-2\}$$

124

Resolver:

$$15x - 10 = 6x - (x + 2) + (-x + 3) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente sin paréntesis:

$$15x - 10 = 6x - x - 2 - x + 3$$

125

Resolver esta nueva ecuación:

$$5x - 10 = 6x - x - 2 - x + 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones:

Comprobación:

Conjunto solución:

Respuesta en el cuadro siguiente

$$15x - 10 = 6x - (x+2) + (-x+3) \quad x \in \mathbb{Q}$$

$$15x - 10 = 6x - x - 2 - x + 3$$

$$15x - 6x + x + x = -2 + 3 + 10$$

$$11x = 11$$

$$x = \frac{11}{11}$$

$$x = 1 \qquad 1 \in \mathbb{Q}$$

$$15(1) - 10 = 6(1) - (1+2) + (-1+3)$$

$$15 - 10 = 6 - (3) + (2)$$

$$15 - 10 = 6 - 3 + 2$$

$$5 = 5 \quad \blacktriangleleft \text{ PCV}$$

$$S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 15x - 10 = 6x - (x+2) + (-x+3)\} = \{1\}$$

126

Resolver:

$$(5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente sin paréntesis:

$$5 - 3x + 4x - 6 = 8x + 11 - 3x + 6 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

127

$$(5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6)$$

$$5 - 3x + 4x - 6 = 8x + 11 - 3x + 6 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones: _____

Comprobación: _____

Conjunto solución: _____

Respuesta en el cuadro siguiente

$(5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6)$
$x \in \mathbb{Q}$

- $5 - 3x + 4x - 6 = 8x + 11 - 3x + 6$
  $-3x + 4x - 8x + 3x = 11 + 6 - 5 + 6$
  $-4x = 18$
  $x = \frac{18}{-4}$
  $x = -\frac{9}{2}$ $\quad -\frac{9}{2} \in \mathbb{Q}$

- $\left[5 - 3\left(-\frac{9}{2}\right)\right] - \left[-4\left(-\frac{9}{2}\right) + 6\right] = \left[8\left(-\frac{9}{2}\right) + 11\right] - \left[3\left(-\frac{9}{2}\right) - 6\right]$
  $\left(5 + \frac{27}{2}\right) - \left(\frac{36}{2} + 6\right) = \left(-\frac{72}{2} + 11 +\right) - \left(-\frac{27}{2} - 6\right)$
  $5 + \frac{27}{2} - 24 = -36 + 11 + \frac{27}{2} + 6$
  $\frac{10 + 27 - 48}{2} = \frac{-72 + 22 + 27 + 12}{2}$
  $10 + 27 - 48 = -72 + 22 + 27 + 12$
  $-11 = -11$ ◀ PCV

- $S = \{-9/2\}$

2.2.5.1

Práctica adicional
de resolución de ecuaciones
que contienen expresiones entre paréntesis,
si se considera necesario.

128

Ecuaciones con productos indicados
de polinomios.

Resolver

$$x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$$
$$x \in \mathbb{Q}$$

Efectuar los productos indicados
para producir una ecuación
equivalente sin paréntesis:

$x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12$

129

Resolver:

$$x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Transformaciones: ⌊_____⌋

$x =$ ⌊__⌋

Comprobación: ⌊_____⌋

Conjunto solución: ⌊_____⌋

Respuesta
en el
cuadro siguiente

$x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3) \quad x \in \mathbb{Q}$

- $x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12$

$x + 3x + 8x = 6 - 12 + 3$

$12x = -3$

$x = \frac{-3}{12}$

$x = -\frac{1}{4} \qquad -\frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

- $\left(-\frac{1}{4}\right) + 3\left[\left(-\frac{1}{4}\right) - 1\right] = 6 - 4\left[2\left(-\frac{1}{4}\right) + 3\right]$

$-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 3 = 6 - 4\left[\left(-\frac{1}{2}\right) + 3\right]$

$-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 3 = 6 + 2 - 12$

$-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 3 = -4$

$\frac{-1-3-12}{4} = -4$

$-1 - 3 - 12 = -16$

$-16 = -16$ ◀ PCV

- $S = \{-1/4\}$

130

Resolver:

$$3x - 5(3x - 3) = 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente
sin paréntesis:

⌊_____⌋

$3x - 15x + 15 = 3$

131

$$3x - 5(3x - 3) = 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Resolver esta ecuación equivalente

$$3x - 15x + 15 = 3$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$3x - 5(3x - 3) = 3 \qquad x \in \mathbb{Q}$

- $3x - 15x + 15 = 3$
  $3x - 15x = 3 - 15$
  $-12x = -12$
  $x = \frac{-12}{-12}$
  $x = 1 \qquad 1 \in \mathbb{Q}$

- $3(1) - 5[3(1) - 3] = 3$
  $3 - 5(3 - 3) = 3$
  $3 - 5 \cdot 0 = 3$
  $3 - 0 = 3$
  $3 = 3$ ◀ PCV

- $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 3x - 5(3x - 3) = 3\} = \{1\}$

132

Resolver:

$$(x + 3)(x - 4) = x(x - 2) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente sin paréntesis:

⌊_____⌋

$x^2 - x - 12 = x^2 - 2x$

133

$$(x + 3)(x - 4) = x(x - 2) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Resolver la ecuación equivalente:

$$x^2 - x - 12 = x^2 - 2x$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

Atención.

$(x + 3)(x - 4) = x(x - 2) \qquad x \in \mathbb{Q}$

1. $x^2 - x - 12 = x^2 - 2x$
   $-x + 2x = 12$
   $x = 12 \qquad 12 \in \mathbb{Q}$

2. $(12 + 3)(12 - 4) = 12(12 - 2)$
   $15 \cdot 8 = 12 \cdot 10$
   $120 = 120$ ◀ PCV

3. $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge (x + 3)(x - 4) = x(x - 2)\} = \{12\}$

134

Resolver:

$$(x - 6)(x + 4) = (x - 7)(x + 5) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente sin paréntesis:

$x^2 - 2x - 24 = x^2 - 2x - 35$

135

$$(x - 6)(x + 4) = (x - 7)(x + 5) \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$x^2 - 2x - 24 = x^2 - 2x - 35$

1.

$x =$

2.

3.

$(x - 6)(x + 4) = (x - 7)(x + 5) \qquad x \in \mathbb{Q}$

$x^2 - 2x - 24 = x^2 - 2x - 35$

1. proposición cerrada falsa
$-24 = -35$

2.

3. $S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge (x - 6)(x + 4) = (x - 7)(x + 5)\}$
$= \phi$

136

¡Atención!

También existen

ecuaciones no polinomias,

como ésta

$$(x - 6)(x + 4) = (x - 7)(x + 5)$$

que **no** tienen solución.
Es decir:

$S = \phi$

137

Resolver

$$(x - 1)(x - 3) = 5x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente sin paréntesis:

$x^2 - 4x + 3 = 5x$

138

$$(x - 1)(x - 3) = 5x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 5x$$

1.

$x =$

2.

3.

$$(x - 1)(x - 3) = 5x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 5x$$

1. $x^2 - 4x - 5x + 3 = 0$

$x^2 - 9x + 3 = 0$

Esta es una *ecuación* polinomia de **segundo grado** que no puede ser resuelta por los procedimientos hasta aquí estudiados.

139

¡Atención!

Algunas **ecuaciones no polinomias,** como ésta

$$(x + 3)(x - 4) = x(x - 2)$$

pueden ser transformadas en **ecuaciones polinomias de primer grado equivalentes** y **pueden ser resueltas.**

Algunas **ecuaciones no polinomias,** como ésta

$$(x - 1)(x - 3) = 5x$$

pueden ser transformadas en **ecuaciones polinomias de grado superior al primero,** y **no pueden ser resueltas por los procedimientos estudiados** hasta este momento.

140

Resolver:

$$5(x - 3) = 5x - 15 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Ecuación equivalente, sin paréntesis:

Solución de la ecuación resultante:

$x =$

Comprobación:

Conjunto solución:

$$5(x - 3) = 5x - 15 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$5x - 15 = 5x - 15$$

↑ identidad

$$S = \{x/x \in \mathbb{Q} \wedge 5(x - 3) = 5x - 15\} = \mathbb{Q}$$

141

¡Atención!

Algunas

ecuaciones no polinomias,

como ésta

$$5(x - 3) = 5x - 15$$

son

identidades,

por lo tanto, su

conjunto solución es igual al dominio.

142

Como resumen, daremos algunas ecuaciones no polinomias que contienen productos indicados.
Ejemplos:

1. Ecuaciones que pueden ser transformadas en **ecuaciones polinomias de primer grado** equivalentes, y pueden ser resueltas por los procedimientos estudiados hasta aquí. $(x+3)(x-4) = x(x-2)$

2. Ecuaciones que pueden ser transformadas en **ecuaciones polinomias de grado superior al primero** y no pueden ser resueltas por los procedimientos hasta aquí estudiados. $(x-1)(x-3) = 5x$

3. Ecuaciones que **no tienen solución:** $S = \phi$ $(x-6)(x+4) = (x-7)(x+5)$

4. Ecuaciones que **son identidades:** $S =$ dominio $5(x-3) = 5x - 15$

143

Señalar con **A** las ecuaciones que pueden ser resueltas como ecuaciones de primer grado; con **B** las ecuaciones que no pueden ser resueltas como de primer grado; con **C** las que no tienen solución, y con **D** las identidades.
Para todas las ecuaciones: $x \in \mathbb{Q}$

		Escribir los conjuntos solución definidos por extensión:
1.	$x(x+1)(x-1)=10$	⌊⌋ ⌊_____⌋
2.	$x(x-5)=(x-2)(x-3)$	⌊⌋ ⌊_____⌋
3.	$(x-2)(x+3)=x(x-1)$	⌊⌋ ⌊_____⌋
4.	$x(5-x)=3x-x^2+2x$	⌊⌋ ⌊_____⌋
5.	$(x+2)(x-2)=x(x-4)$	⌊⌋ ⌊_____⌋

1.	B	$S = ?$
2.	C	$S = \phi$
3.	A	$S = \{3\}$
4.	D	$S = \mathbb{Q}$
5.	A	$S = \{1\}$

2.2.5.2

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones "enteras" no polinomias con productos indicados,

si se considera necesario.

2.2.5.2

Breve repaso de:

solución de **ecuaciones "enteras"** de las formas:

- $x \pm a = b$
- $a \pm x = b$
- $ax + b = 0$
- $ax + b = cx + d$

- con expresiones entre paréntesis, y
- con productos indicados.

2.2.5

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones "enteras" que contengan expresiones polinomias de primer grado entre paréntesis (comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión);

- *resolver* ecuaciones "enteras" que contengan productos indicados de polinomios de primer grado (comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión);

- *identificar*, de un conjunto dado de ecuaciones no polinomias enteras: 1) las que pueden ser resueltas como ecuaciones de primer grado, 2) las que no pueden ser resueltas como ecuaciones de primer grado, 3) las que no tienen solución y, 4) las que son identidades.

2.6

Ecuaciones "racionales"

144

Ecuaciones que contienen expresiones racionales comunes.
Se requiere resolver

$$\frac{x}{4} = 5 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Aplicar la **propiedad multiplicativa,** multiplicando ambos miembros por el número adecuado para producir una **ecuación equivalente** de la forma **x = algún número:**

$$(\frac{x}{4})4 = 5 \times 4$$

145

$$\frac{x}{4} = 5 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$(\frac{x}{4})4 = 5 \times 4$$

Determinar la solución de la ecuación:

$$\frac{4x}{4} = 5 \times 4$$

$$x = 20 \quad 20 \in \mathbb{Q}$$

146

Estudiar con atención.

$$\frac{x}{4} = 5 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$\left(\frac{x}{4}\right)4 = 5 \times 4$$

$$\frac{4x}{4} = 5 \times 4$$

$$x = 20 \qquad 20 \in \mathbb{Q}$$

147

Regla práctica de trasposición 3:

"Un número que funciona como **divisor** en un miembro, puede **pasar** al otro miembro como **factor**".

$$\frac{x}{④} = 5$$

$$x = 5 \cdot ④$$

148

Resumen de las **reglas de transposición** estudiadas:

1. $+a = -a$; $-a = +a$

2. $a \cdot \square = \frac{\square}{a}$

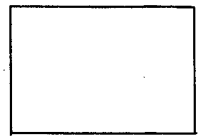
3. $\frac{\square}{a} = \square \cdot a$

149

Resolver la ecuación

Estado inicial: $\frac{x+1}{5} = 9$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

Transformaciones:



Estado final: $x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

Comprobación: ⌊_____⌋

Conjunto solución: ⌊_____⌋

$\frac{x+1}{5} = 9$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

- $x + 1 = 9 \cdot 5$
  $x + 1 = 45$
- $x = 44$ $\quad 44 \in \mathbb{Q}$
- $\frac{(44)+1}{5} = 9$
  $\frac{45}{5} = 9$
  $9 = 9$ ◀ PCV
- $S = \{x / x \in \mathbb{Q} \wedge \frac{x+1}{5} = 9\}$
  $= \{44\}$

150

Resolver:

$$\frac{x-4}{-5} = 7 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

1. ⌊_____⌋

   $x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$\frac{x-4}{-5} = 7$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

$x - 4 = 7 \cdot (-5)$
$x - 4 = -35$
$x = -35 + 4$
$x = -31$ $\quad -31 \in \mathbb{Q}$

$\frac{(-31)-4}{-5} = 7$

$\frac{-31-4}{-5} = 7$

$\frac{-35}{-5} = 7$

$7 = 7$ ◀ PCV

$S = \{-31\}$

151

Atención.

Resolver.

$$\frac{x-4}{x-5} = 2 \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge x \neq 5$$

1. ⌊_____⌋

   $x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$\frac{x-4}{x-5} = 2$ $\quad x \in \mathbb{Q}$, $x \neq 5$

$x - 4 = 2(x - 5)$
$x - 4 = 2x - 10$
$x - 2x = -10 + 4$
$-x = -6$
$x = 6$ $\quad 6 \in \mathbb{Q}$, $6 \neq 5$

$\frac{(6)-4}{(6)-5} = 2$

$\frac{6-4}{6-5} = 2$

$\frac{2}{1} = 2$

$2 = 2$ ◀ PCV

$S = \{6\}$

152

Atención.

Resolver:

$$\frac{3x-2}{-x} = -1 \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge x \neq 0$$

1. _____

$x =$ ___ _____

2. _____

3. _____

$$\frac{3x-2}{-x} = -1 \qquad x \in \mathbb{Q},\ x \neq 0$$

$$3x - 2 = -1(-x)$$
$$3x - 2 = x$$
$$3x - x = 2$$
$$2x = 2$$
$$x = \frac{2}{2}$$
$$x = 1 \qquad 1 \in \mathbb{Q},\ 1 \neq 0$$

$$\frac{3(1)-2}{-(1)} = -1$$
$$\frac{3-2}{-1} = -1$$
$$\frac{1}{-1} = -1$$
$$-1 = -1$$
$$S = \{1\}$$

153

Anotar restricción:

Resolver:

$$\frac{1-x}{3+x} = 0 \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge \_\_\_$$

1. _____

$x =$ ___ _____

2. _____

3. _____

$$\frac{1-x}{3+x} = 0 \qquad x \in \mathbb{Q},\ x \neq -3$$

$$1 - x = 0(3+x)$$
$$1 - x = 0$$
$$-x = -1$$
$$x = 1 \qquad 1 \in \mathbb{Q},\ 1 \neq -3$$

$$\frac{1-(1)}{3+(1)} = 0$$
$$\frac{1-1}{3+1} = 0$$
$$\frac{0}{4} = 0$$
$$0 = 0 \quad \blacktriangleleft \text{ PCV}$$
$$S = \{1\}$$

154

Resolver.

$$\frac{5(x+1)}{4(x-1)} = 10 \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge \_\_\_$$

1. _____

$x =$ ___ _____

2. _____

3. _____

$$\frac{5(x+1)}{4(x-1)} = 10 \qquad x \in \mathbb{Q},\ x \neq 1$$

$$5(x+1) = 10 \cdot 4(x-1)$$
$$5x + 5 = 40(x-1)$$
$$5x + 5 = 40x - 40$$
$$5x - 40x = -40 - 5$$
$$-35x = -45$$
$$x = \frac{-45}{-35}$$
$$x = \frac{9}{7} \qquad \frac{9}{7} \in \mathbb{Q},\ \frac{9}{7} \neq 1$$

$$\frac{5(\frac{9}{7}+1)}{4(\frac{9}{7}-1)} = 10$$
$$10 = 10 \quad \blacktriangleleft \text{ PCV}$$
$$S = \{9/7\}$$

155

Resolver:

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{5}{3} \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge \square$$

1. $\square$

$x = \square$

2. $\square$

3. $\square$

Atención

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{5}{3} \qquad x \in \mathbb{Q},\ x \neq 1$$

$$x+1=\frac{5}{3}(x-1)$$

$$x+1=\frac{5(x-1)}{3}$$

$$x+1=\frac{5x-5}{3}$$

$$3(x+1)=5x-5$$

$$3x+3=5x-5$$

$$3x-5x=-5-3$$

$$-2x=-8$$

$$x=-8/-2$$

$$x=4 \qquad 4 \in \mathbb{Q},\ 4 \neq 1$$

$$\frac{4+1}{4-1}=\frac{5}{3} \rightarrow \frac{5}{3}=\frac{5}{3}$$

$S=\{4\}$

156

Estudiar con atención este procedimiento alternativo que adoptaremos:

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{5}{3} \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge x \neq 1$$

$3(x+1)=5(x-1)$ ← ecuación entera equivalente

$$3x+3=5x-5$$

$$3x-5x=5-3$$

$$-2x=-8$$

$$x=-8/-2$$

$$x=4 \qquad 4 \in \mathbb{Q} \wedge 4 \neq 1$$

157

Resolver:

$$\frac{x}{4}=\frac{x+1}{5} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación "**entera**" equivalente:

$\square$

$5x = 4(x+1)$

158

$$\frac{x}{4} = \frac{x+1}{5} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$5x = 4(x+1)$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊_____⌋ ⌊_____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$$\frac{x}{4} = \frac{x+1}{5} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$5x = 4(x+1)$$

$$5x = 4x + 4$$

$$5x - 4x = 4$$

$$x = 4 \qquad 4 \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{4}{4} = \frac{4+1}{5}$$

$$\frac{4}{4} = \frac{5}{5}$$

$1 = 1$ ◀ PCV

$$S = \left\{ x/x \in \mathbb{Q} \wedge \frac{x}{4} = \frac{x+1}{5} \right\} = \{4\}$$

159

Resolver:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{15-x}{10} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación entera equivalente:

⌊_____⌋

$10(x-3) = 2(15-x)$

160

$$\frac{x-3}{2} = \frac{15-x}{10} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$10(x-3) = 2(15-x)$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊_____⌋ ⌊_____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$$\frac{x-3}{2} = \frac{15-x}{10} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$10(x-3) = 2(15-x)$$

$$10x - 30 = 30 - 2x$$

$$10x + 2x = 30 + 30$$

$$12x = 60$$

$$x = 60/12$$

$$x = 5 \qquad 5 \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{5-3}{2} = \frac{15-5}{10}$$

$$\frac{2}{2} = \frac{10}{10}$$

$1 = 1$ ◀ PCV

$S = \{5\}$

161

Resolver:

$$\frac{4(x+1)}{3} = \frac{5(x-2)}{2} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación entera equivalente:

$8(x+1) = 15(x-2)$

162

$$\frac{4(x+1)}{3} = \frac{5(x-2)}{2} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$8(x+1) = 15(x-2)$

1. $8x + 8 = 15x - 30$

$x =$

2. $8x - 15x = -30 - 8$

3. $-7x = -38$

$x = -38/-7$

$x = 38/7$

$38/7 \in \mathbb{Q}$

$$\frac{4\left(\frac{38}{7}+1\right)}{3} = \frac{5\left(\frac{38}{7}-2\right)}{2}$$

$$\frac{\frac{152}{7}+4}{3} = \frac{\frac{190}{7}-10}{2}$$

$2520 = 2520$ ◀ PCV

$S = \{38/7\}$

163

Resolver:

$$\frac{6x+2}{5x} = \frac{4}{3} \qquad x \in \mathbb{Q} \wedge$$

Dar la ecuación entera equivalente:

$3(6x+2) = 20x$

164

$$\frac{6x+2}{5x}=\frac{4}{3} \qquad x\in\mathbb{Q}\wedge x\neq 0$$

$$3(6x+2)=20x$$

1. ⌊_____⌋

$x=$ ⌊____⌋ ⌊_____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$$\frac{6x+2}{5x}=\frac{4}{3} \qquad x\in\mathbb{Q},\ x\neq 0$$

$$3(6x+2)=20x$$
$$18x+6=20x$$
$$18x-20x=-6$$
$$-2x=-6$$
$$x=-6/-2$$
$$x=3 \qquad 3\in\mathbb{Q},\ 3\neq 0$$

Verificación:

$$\frac{6(3)+2}{5(3)}=\frac{4}{3}$$
$$\frac{18+2}{15}=\frac{4}{3}$$
$$\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$$
$$\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$$

$S=\{3$

165

Resolver:

$$\frac{3x+2}{5x}=\frac{x-1}{2} \qquad x\in\mathbb{Q}\wedge$$ ⌊____⌋

Dar la ecuación entera equivalente:

⌊_____⌋

$2(3x+2)=5x(x-1)$

166

$$\frac{3x+2}{5x}=\frac{x-1}{2} \qquad x\in\mathbb{Q}\wedge x\neq 0$$

1. ⌊_____⌋

$x=$ ⌊____⌋ ⌊_____⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$$\frac{3x+2}{5x}=\frac{x-1}{2} \qquad x\in\mathbb{Q},\ x\neq 0$$

$$2(3x+2)=5x(x-1)$$

$$6x+4=5x^2-5x$$
$$-5x^2+6x+5x+4=0$$
$$-5x^2+11x+4=0$$

ecuación polinomia de segundo grado que

no puede ser resuelta por los procedimientos hasta aquí estudiados.

167

¡Atención!

Algunas

ecuaciones racionales,

como ésta

$$\frac{3x + 2}{5x} = \frac{x - 1}{2}$$

no pueden ser resueltas como ecuaciones de primer grado.

2.2.6.1

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones que contengan expresiones racionales comunes

$\left(\text{forma } \frac{a}{b}\right)$,

si se considera necesario.

168

Ecuaciones que contienen expresiones racionales mixtas.
Se requiere resolver:

$$\underbrace{\frac{x}{6}}_{\uparrow} + 5 = \underbrace{\frac{1}{3}}_{\uparrow} - x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

expresiones racionales mixtas

Transformar las expresiones mixtas en expresiones racionales comunes:

$$\square = \square$$

$$\frac{x + 30}{6} = \frac{1 - 3x}{3}$$

169

$$\frac{x}{6} + 5 = \frac{1}{3} - x \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Ecuación equivalente que contiene expresiones racionales comunes: $\frac{x + 30}{6} = \frac{1 - 3x}{3}$

Transformaciones:

Solución de la ecuación equivalente: $x =$ ____ ____

Comprobación:

Conjunto solución:

$\frac{x}{6} + 5 = \frac{1}{3} - x$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

$\frac{x + 30}{6} = \frac{1 - 3x}{3}$

1. $3(x + 30) = 6(1 - 3x)$
$3x + 90 = 6 - 18x$
$3x + 18x = 6 - 90$
$21x = -84$
$x = -84/21$
$x = -4$ $\quad -4 \in \mathbb{Q}$

2. $\frac{-4}{6} + 5 = \frac{1}{3} + 4$
$\frac{-4 + 30}{6} = \frac{1 + 12}{3}$
$\frac{26}{6} = \frac{13}{3}$ ◀ PCV

3. $S = \{4\}$

170

Resolver:

$$x + \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - 1 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente con expresiones racionales comunes:

$\frac{3x + x}{3} = \frac{x - 4}{4}$

171

$$x + \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - 1 \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{3x + x}{3} = \frac{x - 4}{4}$$

1. ____

$x =$ ____ ____

2. ____

3. ____

$x + \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - 1$ $\quad x \in \mathbb{Q}$

$\frac{3x + x}{3} = \frac{x - 4}{4}$

1. $4(3x + x) = 3(x - 4)$
$16x = 3x - 12$
$16x - 3x = -12$
$13x = -12$
$x = 12/13$
$\therefore 12/13 \in \mathbb{Q}$

2.
$-12/13 + \frac{-12/13}{3} = \frac{-12/13}{4} - 1$
$-12/13 - 12/39 = -12/52 - 1$
$-48/39 = -64/52$
$-2496 = -2496$ ◀ PCV

3. $S = \{-12/13\}$

172

Resolver:

$$5 + \frac{3x}{4} = 10 - \frac{x}{2} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

Dar la ecuación equivalente con expresiones racionales comunes:

$$\frac{20 + 3x}{4} = \frac{20 - x}{2}$$

173

$$5 + \frac{3x}{4} = 10 - \frac{x}{2} \qquad x \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{20 + 3x}{4} = \frac{20 - x}{2}$$

1. $2(20 + 3x) = 4(20 - x)$
   $40 + 6x = 80 - 4x$
   $6x + 4x = 80 - 40$
   $10x = 40$
   $x = \frac{40}{10}$
   $x = 4$ $\qquad 4 \in \mathbb{Q}$

2. $5 + \frac{3(4)}{4} = 10 - \frac{(4)}{2}$
   $5 + 3 = 10 - 2$
   $8 = 8$ ◀ PCV

3. $S = \{4\}$

2.2.6.2

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones que contengan expresiones racionales mixtas,

si se considera necesario.

174

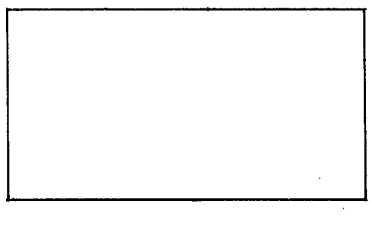
Estamos ya en condiciones de encontrar la **solución** de la ecuación que nos ha servido de **modelo** para el

acertijo de las cien palomas.

175

Estado inicial: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \quad x \in \mathbb{Z}^+$

Transformaciones:



Estado final: $x = \square \quad \square$

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \qquad x \in \mathbb{Z}^+$$

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

$$\frac{8x + 2x + x + 4}{4} = 100$$

$$8x + 2x + x + 4 = 400$$
$$8x + 2x + x = 400 - 4$$
$$11x = 396$$
$$x = \frac{396}{11}$$
$$x = 36$$

$$36 \in \mathbb{Z}^+$$

176

Comprobación:

— Adiós, mis cien palomas.
— No somos cien;

nosotras	36
más nosotras	+ 36
más la mitad de nosotras	+ 18
más la cuarta parte de nosotras	+ 9
más usted, señor gavilán,	+ 1
seríamos cien.	100

2.2.6

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones de primer grado que contengan expresiones racionales comunes, comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión;

- *resolver* ecuaciones de primer grado que contengan expresiones racionales mixtas, comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión.

2.7

Ecuaciones "irracionales" y "complejas"

177

Algunas ecuaciones irracionales de primer grado.
Resolver:

$x + \sqrt{3} = \sqrt{2}$ $\quad x \in \mathbb{R}$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$x + \sqrt{3} = \sqrt{2}$ $\quad x \in \mathbb{R}$

1. $x = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3} \in \mathbb{R}$

2. $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{3} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2} = \sqrt{2}$ ▲ PCV

3. $S = \{\sqrt{2} - \sqrt{3}\}$

178

Resolver:

$\sqrt{20} - x = \sqrt{45}$ $\quad x \in \mathbb{R}$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

Atención.

$\sqrt{20} - x = \sqrt{45}$ $\quad x \in \mathbb{R}$

1. $-x = \sqrt{45} - \sqrt{20}$

$x = \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5}$

$x = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$x = -\sqrt{5}$ $\quad -\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

2. $\sqrt{20} - (-\sqrt{5}) = \sqrt{45}$

$\sqrt{20} + \sqrt{5} = \sqrt{45}$

$2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

$3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ ◀ PCV

3. $S = \{-\sqrt{5}\}$

179

Resolver:

$$\sqrt{50}x - \sqrt{18} = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$$

1. _____

$x =$ ____ ____

2. _____

3. _____

Respuesta
en el
cuadro siguiente

1.

$$\sqrt{50}x - \sqrt{18} = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{50}x = \sqrt{18}$$

$$x = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{3}{5} \qquad \frac{3}{5} \in \mathbb{R}$$

2.

$$\sqrt{50} \cdot \frac{3}{5} - \sqrt{18} = 0$$

$$\frac{3\sqrt{50}}{5} - \sqrt{18} = 0$$

$$\frac{15\sqrt{2}}{5} - 3\sqrt{2} = 0$$

$$3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0$$

$$0 = 0 \blacktriangleleft \text{PCV}$$

3.

$$S = \{3/5\}$$

180

Resolver.

$$\sqrt{12}x + \sqrt{27} = \sqrt{48} \qquad x \in \mathbb{R}$$

1. _____

$x =$ ____ ____

2. _____

3. _____

Respuesta
en el
cuadro siguiente

$\sqrt{12x}+\sqrt{27}=\sqrt{48}$ $\quad x \in \mathcal{R}$

1. $\sqrt{12x}=\sqrt{48}-\sqrt{27}$

$$x=\frac{\sqrt{48}-\sqrt{27}}{\sqrt{12}}$$

$$x=\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$x=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$x=1/2$ $\quad 1/2 \in \mathcal{R}$

2. $\sqrt{12}\cdot\frac{1}{2}+\sqrt{27}=\sqrt{48}$

$$\frac{\sqrt{12}}{2}+\sqrt{27}=\sqrt{48}$$

$$\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

$4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ ◀ PCV

3. $S=\{1/2\}$

181

Resolver:

$$\sqrt{8x-5}=x+\sqrt{8} \qquad x \in \mathcal{R}$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊___⌋ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

Respuesta en el cuadro siguiente

$\sqrt{8x-5}=x+\sqrt{8}$ $\quad x \in \mathcal{R}$

1. $\sqrt{8}x-x=\sqrt{8}+5$

$$(\sqrt{8}-1)x=\sqrt{8}+5$$

$$x=\frac{\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1} \quad x \in \mathcal{R}$$

2. $\sqrt{8}\dfrac{\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1}-5=\dfrac{\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1}+\sqrt{8}$

$$\frac{8+5\sqrt{8}}{\sqrt{8}-1}-5=\frac{\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1}+\sqrt{8}$$

$$\frac{8+5\sqrt{8}-5\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1}=\frac{\sqrt{8}+5+8-\sqrt{8}}{\sqrt{8}-1}$$

$13=13$ ◀ PCV

3. $S=\left\{\dfrac{\sqrt{8}+5}{\sqrt{8}-1}\right\}$

2.2.7.1

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones "irracionales" de primer grado,

si se considera necesario.

182

Algunas ecuaciones complejas de primer grado.

Resolver: $x + 3i = 4$ $\quad x \in \mathbb{C}$

Estado inicial:

Transformaciones:

Estado final: $x =$ $\quad$

Comprobación:

Conjunto solución:

$x + 3i = 4 \qquad x \in \mathbb{C}$

1. $x = 4 - 3i$
   $4 - 3i \in \mathbb{C}$
2. $(4 - 3i) + 3i = 4$
   $4 - 3i + 3i = 4$
   $4 = 4$ ◀ PCV
3. $S = \{4 - 3i\}$

183

Resolver:

$2i - x = 3i \qquad x \in \mathbb{C}$

1.

$x =$

2.

3.

$2i - x = 3i \qquad x \in \mathbb{C}$

1. $-x = 3i - 2i$
   $-x = i$
   $x = -i \qquad -i \in \mathbb{C}$
2. $2i - (-i) = 3i$
   $2i + i = 3i$
   $3i = 3i$ ◀ PCV
3. $S = \{-i\}$

184

Resolver:

$$5ix - 4i = 7i \qquad x \in \mathbb{C}$$

1, $\underline{\qquad\qquad\qquad}$

$x = \underline{\quad}\ \underline{\quad}$

2. $\underline{\qquad\qquad\qquad}$

3. $\underline{\qquad\qquad\qquad}$

$5ix - 4i = 7i \qquad x \in \mathbb{C}$

1. $5ix = 7i + 4i$

$5ix = 11i$

$x = \dfrac{11i}{5i}$

$x = 11/5 \qquad 11/5 \in \mathbb{C}$

2. $5i\left(\dfrac{11}{5}\right) - 4i = 7i$

$11i - 4i = 7i$

$7i = 7i$ ◀ PCV

3. $S = \{11/5\}$

185

Resolver:

$$(3 + 2i)x - (1 - i) = 0 \qquad x \in \mathbb{C}$$

1. $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

$x = \underline{\quad}\ \underline{\quad}$

2. $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

3. $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

$(3 + 2i)x - (1 - i) = 0 \qquad x \in \mathbb{C}$

1. $(3 + 2i)x - 1 + i = 0$

$(3 + 2i)x = 1 - i$

$x = \dfrac{1 - i}{3 + 2i}$

$\dfrac{x - i}{3 + 2i} \in \mathbb{C}$

2. $(3 + 2i)\left(\dfrac{1 - i}{3 + 2i}\right) - (1 - i) = 0$

$1 - i - 1 + i = 0$

$0 = 0$ ◀ PCV

3. $S = \left\{\dfrac{1 - i}{3 + 2i}\right\}$

2.2.7.2

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones complejas de primer grado,

si se considera necesario.

2.2.7

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones irracionales de primer grado (comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución. por comprensión o por extensión);

- *resolver* ecuaciones complejas de primer grado (comprobar los resultados por sustitución, y escribir el conjunto solución, por comprensión o por extensión).

2.8

Ecuaciones con constantes indeterminadas

186

Resolver:

$$a(x + 1) = 1$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊__⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

$$a(x+1) = 1$$

1. $x+1=\frac{1}{a}$

$$x=\frac{1}{a}-1$$

2. $a\left[\left(\frac{1}{a}-1\right)+1\right]=1$

$$a\left(\frac{1}{a}-1+1\right)=1$$

$$\frac{a}{a}=1$$

$1 = 1$ ◀ PCV

3. $S=\left\{\frac{1}{a}-1\right\}$

187

Resolver:

$$ax - 4 = bx - 2$$

1. ⌊_____⌋

$x =$ ⌊___⌋

2. ⌊_____⌋

3. ⌊_____⌋

Respuesta
en el
cuadro siguiente

$ax - 4 = bx - 2$

1. $ax - bx = -2 + 4$

$(a - b)x = 2$

$x = \dfrac{2}{a - b}$

2. $a\left(\dfrac{2}{a-b}\right) - 4 = b\left(\dfrac{2}{a-b}\right) - 2$

$\dfrac{2a}{a-b} - 4 = \dfrac{2b}{a-b} - 2$

$\dfrac{2a - 4(a-b)}{a-b} = \dfrac{2b - 2(a-b)}{a-b}$

$2a - 4a + 4b = 2b - 2a + 2b$

$-2a + 4b = -2a + 4b$ ◀ PCV

3. $S = \left\{\dfrac{2}{a-b}\right\}$

188

Resolver:

$ax + b^2 = a^2 - bx$

$x =$

$ax + b^2 = a^2 - bx$

1. $ax + bx = a^2 - b^2$

$(a + b)x = a^2 - b^2$

$x = \dfrac{a^2 - b^2}{a + b}$

en su forma irreducible

$x = a - b$

2. $a(a - b) + b^2 = a^2 - b(a - b)$

$a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + b^2$

▲

PCV

3. $S = \{a - b\}$

189

Resolver:

$4a - 5x = 1 + a$

$x =$

$4a - 5x = 1 + a$

1. $-5x = 1 + a - 4a$

$-5x = 1 - 3a$

$x = \dfrac{1 - 3a}{-5}$

o $x = \dfrac{3a - 1}{5}$

2. $4a - 5\left(\dfrac{3a-1}{5}\right) = 1 + a$

$4a - (3a - 1) = 1 + a$

$4a - 3a + 1 = 1 + a$

$a + 1 = 1 + a$

$1 + a = 1 + a$ ◀ PCV

3. $S = \left\{\dfrac{3a-1}{5}\right\}$

190

Resolver:

$$x(a - 1) = 2ax$$

$$x = \square$$

$$x(a - 1) = 2ax$$

1. $ax - x = 2ax$
$ax - x - 2ax = 0$
$-x - ax = 0$
$-x(1 + a) = 0$
$-x = \frac{0}{1+a}$
$x = \frac{0}{-(1+a)}$
$x = 0$

2. $0(a - 1) = 2a \cdot 0$
$0 = 0$ ◀ PCV

3. $S = \{0\}$

2.2.8.1

Práctica adicional de resolución de

ecuaciones con constantes indeterminadas,

si se considera necesario.

2.2.8

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *resolver* ecuaciones con constantes indeterminadas comprobar los resultados por sustitución, y de escribir el conjunto solución por comprensión o por extensión.

Esta obra se terminó de imprimir
el día 28 de mayo de 1985,
en los talleres de Litográfica Ingramex, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 1, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se encuadernó en Ediciones Pegaso, S. A.,
Centeno núm. 162, loc. 4, Col. Granjas Esmeralda,
Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,
se tiraron
3 000 ejemplares, más sobrantes de reposición

CO ET KC 100